ISSN 0002-3574 (print)
УДК 512.542

Поступила в редакцию 13.07.2016
Received 13.07.2016

Н. Н. Воробьев, А. Р. Кузнецова

Витебский государственный университет им. П. М. Машерова, Витебск, Беларусь

ОБ ИНДУКТИВНЫХ РЕШЕТКАХ НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЙ

Все рассматриваемые группы конечны. Символом $F_p(G)$ обозначают наибольшую нормальную p-нильпотентную подгруппу группы G, а символом $\pi(G)$ – множество всех различных простых делителей порядка группы G. Функции $f : \mathbb{P} \to \{$формации групп$\}$ сопоставляют класс групп $LF(f) = (G \mid G / F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \pi(G))$. Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = LF(f)$ для некоторой функции f, то $\mathfrak{F}$ называют насыщенной формацией с локальным спутником f. Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация. Символом $\mathfrak{F} /_l \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ обозначают полную решетку всех насыщенных формаций, заключенных между $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{F}$, где $\mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп. Для произвольной полной решетки формаций Θ символом Θ^l обозначается полная решетка всех таких формаций, которые обладают локальным Θ-значным спутником. Спутник f называется Θ-значным, если все его значения принадлежат Θ.

Пусть Θ – полная решетка формаций. Тогда верхняя грань произвольной совокупности $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ элементов из Θ^l обозначается через $\vee_{\Theta^l}(\mathfrak{F}_i \mid i \in I)$. Решетка Θ^l называется индуктивной (см. Скиба А. Н. Алгебра формаций. Минск: Беларус. навука, 1997), если для любого набора $\{\mathfrak{F}_i = LF(f_i) \mid i \in I\}$ формаций $\mathfrak{F}_i \in \Theta^l$ и для всякого такого набора $\{f_i \mid i \in I\}$ Θ-значных спутников f_i, где f_i – некоторый внутренний спутник формации $\mathfrak{F}_i$, имеет место $\vee_{\Theta^l}(\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = LF(\vee_\Theta(f_i \mid i \in I))$, где символ $\vee_\Theta(f_i \mid i \in I)$ обозначает такой спутник f, что $f(p)$ является верхней гранью для $\{f_i(p) \mid i \in I\}$ в Θ, если $\bigcup_{i \in I} f_i(p) \neq \varnothing$, и $f(p) = \varnothing$ в противном случае. В настоящей работе доказана следующая

Т е о р е м а. *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация. Тогда решетка $\mathfrak{F} /_l \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ индуктивна.*

Ключевые слова: формация, полная решетка формаций, решетка насыщенных формаций, индуктивная решетка формаций.

N. N. Vorob'ev, A. R. Kuznetsova

Vitebsk State University named after P. M. Masherov, Vitebsk, Belarus

ON INDUCTIVE LATTICES OF SATURATED FORMATIONS

All groups considered are finite. The symbol $F_p(G)$ denotes the p-nilpotent radical of a group G; $\pi(G)$ is the set of primes dividing the order of G. Let f be a function of the form

$$f : \mathbb{P} \to \{\text{formations of groups}\}. \qquad (\ast)$$

We consider the class of groups $LF(f) = (G \mid G / F_p(G) \in f(p)$ for all $p \in \pi(G))$. If $\mathfrak{F}$ is a formation such that $\mathfrak{F} = LF(f)$ for a function f of the form ($\ast$), then $\mathfrak{F}$ is said to be saturated and f is said to be a local satellite of $\mathfrak{F}$. Let $\mathfrak{F}$ be a saturated formation. We write $\mathfrak{F} /_l \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ to denote the lattice of all saturated formations lying between $\mathfrak{F}$ and $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$, where $\mathfrak{N}$ is the class of all nilpotent groups.

Let Θ be a complete lattice of formations. Then we denote by Θ^l the set of all formations having a local Θ-valued satellite. A satellite f is called Θ-valued if all values of f belong to Θ. Let $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{F} \in \Theta$ be a collection of group. We write $\Theta\mathrm{form}\mathfrak{X}$ to denote the intersection of all formations of Θ containing all groups of $\mathfrak{X}$. Let $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ be an arbitrary collection of formations in Θ. We denote

$$\vee_\Theta(\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = \Theta\mathrm{form}\left(\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i\right).$$

Let $\{f_i \mid i \in I\}$ be a collection of Θ-valued satellites. Then $\vee_\Theta(f_i \mid i \in I)$ denotes the satellite f such that

$$f(p) = \Theta\mathrm{form}\left(\bigcup_{i \in I} f_i(p)\right)$$

for every $p \in \mathbb{P}$.

A complete lattice Θ^l is called inductive (see Skiba A. N. Algebra formacij [*Algebra of Formations*]. Minsk, Belaruskaja navuka Publ., 1997) if for any collection $\{\mathfrak{F}_i = LF(f_i) \mid i \in I\}$, where f_i is an integrated satellite of $\mathfrak{F}_i \in \Theta^l$, the following equality holds: $\vee_{\Theta^l}(\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = LF(\vee_\Theta(f_i \mid i \in I))$. In this paper, we prove the following

T h e o r e m. *Let $\mathfrak{F}$ be a saturated formation. Then the lattice $\mathfrak{F} /_l \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ is inductive.*

Keywords: formation, complete lattice of formations, lattice of saturated formations, inductive lattice of formations.

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем рассматривать терминологию из [1–3]. Символами $F_p(G)$ и $O_p(G)$ обозначают соответственно наибольшую нормальную p-нильпотентную подгруппу группы G и наибольшую нормальную p-подгруппу группы G, а символом $\mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп. Напомним, что формацией называется класс групп, который замкнут относительно взятия гомоморфных образов и подпрямых произведений. Пусть f – произвольная функция вида

$$f : \mathbb{P} \to \{\text{формации групп}\}. \qquad (1)$$

Следуя [1], сопоставим функции f класс групп

$$LF(f) = (G \mid G / F_p(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \pi(G)).$$

Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = LF(f)$ для некоторой функции f вида (1), то $\mathfrak{F}$ называют насыщенной формацией с локальным спутником f [1].

Совокупность формаций Θ называется полной решеткой формаций [2], если пересечение любой совокупности формаций из Θ снова принадлежит Θ и во множестве Θ имеется такая формация $\mathfrak{F}$, что $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}$ для любой формации $\mathfrak{H} \in \Theta$. Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация. Заметим, что относительно включения $\subseteq$ множество всех насыщенных формаций, заключенных между $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{F}$, образуют полную решетку, которую обозначают $\mathfrak{F} /_l \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$.

Для произвольной полной решетки формаций Θ символом Θ^l обозначается совокупность всех таких формаций, которые обладают локальным Θ-значным спутником, т. е. таким локальным спутником, все непустые значения которого принадлежат Θ. Нетрудно убедиться (см. подробнее [2, гл. 4]), что Θ^l – полная решетка, и она наследует многие свойства решетки Θ.

Пусть Θ – полная решетка формаций. Тогда верхняя грань произвольной совокупности $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ элементов из Θ^l обозначается (см. [2]) через $\vee_{\Theta^l}(\mathfrak{F}_i \mid i \in I)$. Решетка Θ^l называется индуктивной [2], если для любого набора $\{\mathfrak{F}_i = LF(f_i) \mid i \in I\}$ формаций $\mathfrak{F}_i \in \Theta^l$ и для всякого такого набора $\{f_i \mid i \in I\}$ Θ-значных спутников f_i, где f_i – некоторый внутренний спутник формации $\mathfrak{F}_i$, имеет место $\vee_{\Theta^l}(\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = LF(\vee_\Theta(f_i \mid i \in I))$, где символ $\vee_\Theta(f_i \mid i \in I)$ обозначает такой спутник f, что $f(p)$ является верхней гранью для $\{f_i(p) \mid i \in I\}$ в Θ, если $\bigcup_{i\in I} f_i(p) \neq \varnothing$, и $f(p) = \varnothing$ в противном случае. Заметим, что индуктивность решетки Θ по существу означает, что исследование операции $\vee_{\Theta^l}$ на множестве Θ^l можно редуцировать к исследованию более простой операции $\vee_\Theta$ на множестве Θ.

Впервые индуктивные решетки начал изучать А. Н. Скиба (см. [2, гл. 4]), который доказал индуктивность решетки всех функторно замкнутых n-кратно насыщенных формаций [2, теорема 4.1.1]. В работе [4] была установлена индуктивность решетки всех функторно замкнутых тотально насыщенных формаций, что нашло приложение в работах В. Г. Сафонова [5, 6] при доказательстве модулярности и дистрибутивности решетки всех тотально насыщенных формаций. Впоследствии Н. Н. Воробьевым и А. А. Царевым [7, 8] и, независимо, П. А. Жизневским [9] доказана индуктивность решетки всех функторно замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций. Этот результат позволил установить модулярность такой решетки [7, 9], а также сыграл ключевую роль в исследовании тождеств решеток формаций [10]. Отметим, наконец, что свойство индуктивности решетки всех разрешимых тотально насыщенных формаций применялось С. Райфершейд в работе [11, предложение 3.3] при доказательстве дистрибутивности этой решетки.

Основным результатом данной работы является следующая

Т е о р е м а. *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация. Тогда решетка $\mathfrak{F} /_l \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ индуктивна.*

Напомним несколько известных утверждений, которые потребуются для доказательства основного результата.

Л е м м а 1 [12, лемма 2]. *Пусть $\mathfrak{F} = \bigcap_{i\in I} \mathfrak{F}_i$, где $\mathfrak{F}_i = LF(f_i)$. Тогда $\mathfrak{F} = LF(f)$, где $f = \bigcap_{i\in I} f_i$.*

Пусть $\{f_i \mid i \in I\}$ – набор всех спутников формации $\mathfrak{F}$. Ввиду леммы 1, $f = \bigcap_{i\in I} f_i$ – минимальный спутник формации $\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{X}$ – произвольная совокупность групп. Через form$\mathfrak{X}$ обозначается наименьшая формация, содержащая $\mathfrak{X}$, а через $l$form$\mathfrak{X}$ – наименьшая насыщенная формация, содержащая $\mathfrak{X}$.

Следующая лемма дает способ построения минимального спутника формации $\mathfrak{F} = l\mathrm{form}\mathfrak{X}$.

Л е м м а 2 [2, теорема 1.1.5]. *Пусть* $\mathfrak{X}$ *– непустая совокупность групп,* $\mathfrak{F} = l\mathrm{form}\mathfrak{X}$ *и* f *– минимальный локальный спутник формации* $\mathfrak{F}$. *Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) $\pi(\mathfrak{X}) = \pi(\mathfrak{F})$;

2) $f(p) = \mathrm{form}(G/F_p(G) \mid G \in \mathfrak{X})$ *для всех* $p \in \mathbb{P}$;

3) *если* $\mathfrak{F} = LF(h)$, *то для любого* $p \in \pi(\mathfrak{F})$ *имеет место*

$$f(p) = \mathrm{form}(A \mid A \in h(p) \cap \mathfrak{F},\ O_p(A) = 1).$$

Напомним, что полуформацией называется класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов. Неединичная группа G называется монолитической, если в ней имеется лишь одна минимальная нормальная подгруппа (монолит группы G).

Л е м м а 3 [2, лемма 2.1.6]. *Пусть* A *– монолитическая группа с неабелевым монолитом*, $\mathfrak{M}$ *– некоторая полуформация и* $A \in \mathrm{form}\mathfrak{M}$. *Тогда* $A \in \mathfrak{M}$.

Л е м м а 4 [2, лемма 4.1.5]. *Пусть* $\mathfrak{M}$ *– полуформация и* $A \in \mathrm{form}\mathfrak{M}$. *Тогда, если* $O_p(A) = 1$, *то* $A \in \mathrm{form}\mathfrak{M}_1$, *где* $\mathfrak{M}_1 = \{G/O_p(G) \mid G \in \mathfrak{M}\}$.

Л е м м а 5 [2, лемма 1.3.6]. *Если* $\mathfrak{F} = LF(f)$ *и* $G/O_p(G) \in f(p) \cap \mathfrak{F}$ *для некоторого* $p \in \pi(G)$, *то* $G \in \mathfrak{F}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы. Пусть $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ – произвольный набор насыщенных формаций, заключенных между $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{F}$. И пусть f_i – некоторый внутренний локальный спутник формации $\mathfrak{F}_i$. Пусть

$$\mathfrak{F} = \vee_l(\mathfrak{F}_i \mid i \in I),\ \mathfrak{M} = LF(\vee(f_i \mid i \in I))$$

и h_i – минимальный локальный спутник формации $\mathfrak{F}_i$.

Покажем прежде, что $h = \vee(h_i \mid i \in I)$ – минимальный локальный спутник формации $\mathfrak{F}$. Пусть

$$\pi = \pi\left(\bigcup_{i\in I}\mathfrak{F}_i\right) = \bigcup_{i\in I}\pi(\mathfrak{F}_i) = \pi(\mathfrak{F}).$$

И пусть t – минимальный локальный спутник формации $\mathfrak{F}$. Тогда, если $p \in \mathbb{P}\backslash\pi$, то для любого $i \in I$ имеет место $h_i(p) = \varnothing$. Значит, $h(p) = \varnothing$. Понятно также, что $t(p) = \varnothing$. Пусть $p \in \pi$. Тогда найдется такое $i \in I$, что $h_i(p) \neq \varnothing$. Значит, согласно лемме 2 имеет место

$$t(p) = \mathrm{form}\left(G/F_p(G) \mid G \in \bigcup_{i\in I}\mathfrak{F}_i\right) =$$
$$= \mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}\mathrm{form}\left(G/F_p(G) \mid G \in \mathfrak{F}_i\right)\right) =$$
$$= \mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}h_i(p)\right) = (\vee(h_i \mid i \in I))(p) = h(p).$$

Итак, h – минимальный локальный спутник формации $\mathfrak{F}$.

Покажем, что $h \leq f = \vee(f_i \mid i \in I)$. Поскольку $h_i \leq f_i$, то для всех $p \in \mathbb{P}$ имеет место включение $h_i(p) \subseteq f_i(p)$. Значит,

$$\bigcup_{i\in I}h_i(p) \subseteq \bigcup_{i\in I}f_i(p) \subseteq \mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}f_i(p)\right).$$

Следовательно,

$$\mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}h_i(p)\right) \subseteq \mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}f_i(p)\right) = \mathrm{form}\left(\mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}f_i(p)\right)\right).$$

Таким образом, $h \leq f$.

Установим, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{M}$. Пусть $G \in \mathfrak{F}$. Значит,

$$G/F_p(G) \in h(p) = \mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}h_i(p)\right) \subseteq \mathrm{form}\left(\bigcup_{i\in I}f_i(p)\right) = f(p),$$

где $p \in \pi(G)$. Поэтому $G \in \mathfrak{M}$. Следовательно, $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{M}$.

Предположим, что обратное включение неверно. Пусть G – группа минимального порядка из $\mathfrak{M} \setminus \mathfrak{F}$. Обозначим через R монолит группы G. Тогда $R = G^{\mathfrak{F}}$ и $R \nsubseteq \Phi(G)$. Пусть $p \in \pi(R)$.

Предположим, что R – неабелева группа. Значит, $R \nsubseteq C_G(R)$. Поэтому $C_G(R) = 1$. Следовательно, $F_p(G) = 1$. Значит,

$$G \cong G / F_p(G) \in (\vee(f_i \mid i \in I))(p) = \vee(f_i(p) \mid i \in I) = \mathrm{form}\left(\bigcup_{i \in I} f_i(p)\right).$$

Ввиду леммы 3

$$G \in \bigcup_{i \in I} f_i(p) \subseteq \bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i \subseteq \mathfrak{F}.$$

Противоречие. Следовательно, R – p-группа. Покажем теперь, что $R = C_G(R) = O_p(G) = F_p(G)$. Действительно, так как $R \nsubseteq \Phi(G)$, то в группе G найдется такая максимальная подгруппа M, что $R \nsubseteq M$. Пусть $C = C_G(R)$. Тогда $C = C \cap RM = R(M \cap C)$. Очевидно, что $M \cap C$ – нормальная подгруппа группы G. Следовательно, ввиду монолитичности последней, $M \cap C = 1$. Таким образом, $C = R$. Последнее означает, что $R = C_G(R) = O_p(G) = F_p(G)$.

Согласно предположению,

$$G \in \mathfrak{M} = LF(\vee(f_i \mid i \in I)).$$

Значит,

$$G / F_p(G) = G / R \in \mathrm{form}\left(\bigcup_{i \in I} f_i(p)\right).$$

Поскольку при этом имеет место $O_p(G / O_p(G)) = O_p(G / R) = 1$, то согласно лемме 2 и лемме 4

$$G / O_p(G) = G / R \in \mathrm{form}\left(A / O_p(A) \mid A \in \bigcup_{i \in I} f_i(p)\right) =$$
$$= \mathrm{form}\left(\bigcup_{i \in I} \mathrm{form}(A / O_p(A) \mid A \in f_i(p))\right) =$$
$$= \mathrm{form}\left(\bigcup_{i \in I} h_i(p)\right) = (\vee(h_i \mid i \in I))(p) = h(p).$$

Значит, ввиду леммы 5, имеем $G \in \mathfrak{F}$.

Полученное противоречие показывает, что $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{F}$. Следовательно, $\mathfrak{F} = \mathfrak{M}$. Теорема доказана.

Благодарности

Авторы выражают глубокую признательность рецензенту за полезные замечания, способствующие улучшению качества статьи. Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной программы научных исследований «Конвергенция-2020» (№ 20160350), Республика Беларусь.

Acknowledgements

The author is very grateful to the referee for helpful comments. The author’s research was supported by the State Program of Research “Konvergentsiya-2020”, (no. 20160350), Republic of Belarus.

Список использованных источников

1. Шеметков, Л. А. Формации алгебраических систем / Л. А. Шеметков, А. Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 256 с.

2. Скиба, А. Н. Алгебра формаций / А. Н. Скиба. – Минск: Беларус. навука, 1997. – 240 с.

3. Воробьев, Н. Н. Алгебра классов конечных групп / Н. Н. Воробьев. – Витебск: ВГУ им. П. М. Машерова, 2012. – 322 с.

4. Воробьев, Н. Н. Об индуктивных решетках формаций и классов Фиттинга / Н. Н. Воробьев // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2000. – Т. 44, № 3. – С. 21–24.

5. Safonov, V. G. On modularity of the lattice of totally saturated formations of finite groups / V. G. Safonov // Comm. Algebra. – 2007. – Vol. 35, N 11. – P. 3495–3502.

6. Safonov, V. G. On a question of the theory of totally saturated formations of finite groups / V. G. Safonov // Algebra Colloquium. – 2008. – Vol. 15, N 1. – P. 119–128.

7. Воробьев, Н. Н. О модулярности решетки τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций / Н. Н. Воробьев, А. А. Царев // Укр. мат. журн. – 2010. – Т. 62, № 4. – С. 453–463.

8. Vorob'ev, N. N. On a question of the theory of partially composition formations / N. N. Vorob'ev, A. A. Tsarev // Algebra Colloquium. – 2014. – Vol. 21, N 3. – P. 437–447.

9. Жизневский, П. А. О модулярности и индуктивности решетки всех τ-замкнутых *n*-кратно ω-композиционных формаций конечных групп / П. А. Жизневский // Изв. Гомел. гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2010. – № 1 (58). – С. 185–191.

10. Воробьев, Н. Н. Тождества решеток частично композиционных формаций / Н. Н. Воробьев, А. Н. Скиба, А. А. Царев // Сиб. мат. журн. – 2011. – Т. 52, № 5. – С. 1011–1024.

11. Reifferscheid, S. A note on subgroup-closed Fitting classes of finite soluble groups / S. Reifferscheid // J. Group Theory. – 2003. – Vol. 6, N 3. – P. 331–345.

12. Скиба, А. Н. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков // Мат. тр. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.

References

1. Shemetkov L.A., Skiba A.N. *Formations of algebraic systems*. Moscow, Nauka, 1989. 256 p. (in Russian)

2. Skiba A.N. *Algebra of formations*. Minsk, Belaruskaya navuka, 1997. 240 p. (in Russian)

3. Vorob'ev N.N. *Algebra of classes of finite groups.* Vitebsk, Vitebsk University Press, 2012. 322 p. (in Russian)

4. Vorob'ev N.N. On inductive lattices of formations and Fitting classes. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi* [Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus], 2000, vol. 44, no. 3, pp. 21–24. (in Russian)

5. Safonov V.G. On modularity of the lattice of totally saturated formations of finite groups. *Communications in Algebra*, 2007, vol. 35, no. 11, pp. 3495–3502. doi: 10.1080/00927870701509354.

6. Safonov V.G. On a question of the theory of totally saturated formations of finite groups. *Algebra Colloquium*, 2008, vol. 15, no. 1, pp. 119–128. doi: 10.1142/S1005386708000126.

7. Vorob'ev N. N., Tsarev A.A. On the modularity of a lattice of τ-closed *n*-multiply ω-composite formations. *Ukrainian Mathematical Journal*, 2010, vol. 62, no. 4, pp. 518–529. doi:10.1007/s11253-010-0368-9.

8. Vorob'ev N.N., Tsarev A.A. On a question of the theory of partially composition formations. *Algebra Colloquium*, 2014, vol. 21, no. 3, pp. 437–447. doi: 10.1142/S1005386714000388.

9. Zhiznevskii P.A. On modular and inductive lattices of formations of finite groups. *Izvestiia Gomel'skogo gosudarstvennogo universiteta imeni F. Skoriny* [Proceedings of Francisk Scorina Gomel State University], 2010, no. 1 (58), pp. 185–191. (in Russian)

10. Vorob'ev N.N., Skiba A.N., Tsarev A.A. Laws of the lattices of partially composition formations. *Siberian Mathematical Journal*, 2011, vol. 52, no. 5, pp. 802–812. doi: 10.1134/S0037446611050053.

11. Reifferscheid S. A note on subgroup-closed Fitting classes of finite soluble groups. *Journal of Group Theory*, 2003, vol. 6, no. 3, pp. 331–345. doi: 10.1515/jgth.2003.023.

12. Skiba A.N., Shemetkov L.A. Multiply ω-local Formations and Fitting classes of finite groups. *Siberian Advances in Mathematics*, 2000, vol. 10, no. 2, pp. 112–141.

Информация об авторах

Воробьев Николай Николаевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры алгебры и методики преподавания математики, Витебский государственный университет им. П. М. Машерова (Московский проспект, 33, 210038, г. Витебск, Республика Беларусь). E-mail: vornic2001@.mail.ru

Кузнецова Анна Руслановна – аспирант, Витебский государственный университет им. П. М. Машерова» (Московский проспект, 33, 210038, г. Витебск, Республика Беларусь). E-mail: anyakuznetsovar@gmail.com

Information about the authors

Vorob'ev Nikolay Nikolayevich – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Professor at the Department of Algebra and Didactics, Vitebsk State University named after P. M. Masherov (33, Moscow Ave., 210038, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: vornic2001@.mail.ru

Kuznetsova Anna Ruslanovna – Postgraduate, Vitebsk State University named after P. M. Masherov (33, Moscow Ave., 210038, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: anyakuznetsovar@gmail.com

Для цитирования

Воробьев, Н. Н. Об индуктивных решетках насыщенных формаций / Н. Н. Воробьев, А. Р. Кузнецова // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2016. – № 4. – С. 18–22.

For citation

Vorob'ev N.N., Kuznetsova A.R. Inductive lattices of saturated formations. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series], 2016, no. 4, pp. 18–22. (in Russian)